

Mecânica Quântica I - 2010.2 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 7

Ernesto Galvão
(Dated: November 29, 2010)

I. PROBLEMAS DA LISTA:

Ex. 1 (Clebsch-Gordan)

Sabemos que os auto-estados $|j, m\rangle$ de momento angular total j e componente z do momento angular total m satisfazem a equação de autovalores/autovetores:

$$J^2 |j, m\rangle = j(j+1)\hbar^2 |j, m\rangle \quad (1)$$

$$J_z |j, m\rangle = m\hbar |j, m\rangle \quad (2)$$

Considere um sistema composto de duas partículas, a primeira de spin $3/2$ e a segunda com spin $1/2$. Abaixo reproduzi a tabela de coeficientes de Clebsch-Gordan do livro-texto. Usando-a quando necessário, responda às perguntas:

- Quais os valores possíveis de j para esse sistema composto? Qual a degenerescência de cada j ? Qual a degenerescência de cada m ?
- Escreva a expansão para o estado global $|j = 2, m = -1\rangle$ em termos dos auto-estados de momento angular e seu componente z de cada subsistema: $\{|j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle\}$.
- Suponha agora que preparamos as duas partículas no estado global $|j = 2, m = -1\rangle$. Em seguida, medimos o componente z do momento angular de cada partícula (m_1 e m_2). Que valores para a dupla (m_1, m_2) podemos encontrar, e com que probabilidade aparecerá cada combinação?

Ex. 2 ($\vec{L}$ somado ao $\vec{S}$)

O elétron num átomo de hidrogênio ocupa o seguinte estado combinado de função espacial e de spin:

$$R_{32} \left(\sqrt{1/5} Y_2^0 \chi_+ - i \sqrt{4/5} Y_2^2 \chi_- \right), \quad (3)$$

onde Y_l^m são os harmônicos esféricos e $\chi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\chi_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ são os auto-estados de S_z .

Se você medir o quadrado do momento angular orbital (L^2), que valores poderia obter, e com que probabilidades? Idem para o quadrado do momento angular de spin (S^2), S_z , J^2 e J_z , onde $\vec{J} \equiv \vec{L} + \vec{S}$ é o momento angular total.

Dica: consulte a tabela de coeficientes de Clebsch-Gordan do livro-texto.

Ex. 3 (Exercícios do Griffiths)

Griffiths problemas 4.34, 5.5, 5.6.

II. PROBLEMAS RECOMENDADOS:

Griffiths 4.31, 4.55, 4.56, 5.4, 5.7.